



Conférence de Michel Fayol à Albi le 25 octobre 2007

Prise de notes P. Thoumyre/P.Havrez

APPRENDRE L'ARITHMETIQUE

« L'apprentissage de l'arithmétique et ses difficultés »

M.Fayol a fait partie du groupe de recherche de l'INSERM qui a travaillé sur dyslexie, dyscalculie et difficultés d'apprentissage

Trois points ont été mis en évidence comme présentant des difficultés générales (d'un point de vue international, sur l'ensemble des systèmes scolaires)

- dénombrement et comptage
- mémorisation des « faits arithmétiques » (EX tables)
- résolution de problèmes

3 à 4 % de la population présente des troubles isolés des mathématiques. Dans 50% des cas ces troubles sont associés à des troubles de la lecture

Seuls 1,3% (de ces 3/4%) présentent des troubles arithmétiques spécifiques avec capacité intellectuelle normale.

Ces troubles ont une fréquence inférieure à la dyslexie. Il est difficile de les mettre en évidence, et leur existence même peut être mise en doute.

Dans la majorité des cas, on constate des troubles associés : attention (25%), faiblesse de la mémoire (notamment mémoire de travail), faiblesse de la capacité opératoire, niveau intellectuel , troubles du langage (souvent) ou sur le plan visuo-spatial (souvent aussi)...

manifestations variées de ces troubles, même si les consultations concernent surtout les faits arithmétiques :

- difficultés avec les faits arithmétiques : beaucoup d'erreurs et sur des durées longues ; pas de mémorisation, sur-utilisation du comptage et du dénombrement ; stratégies immatures de résolutions opératoires
- difficultés de type alexie ou agraphie , concernant l' écriture des nombres, le transcodage (passer du verbal aux chiffres, et inversement)

EX 50061 pour 561 ; 99030 pour 9930 ; 66105 pour 6615...

Erreurs dites syntaxiques, qui sont normales en cours d'apprentissage mais ne doivent pas persister, ni résister à l'apprentissage

- difficultés de type procédural : utilisation d'algorithmes erronés, surtout pour la résolution des opérations écrites .Pour ces difficultés il faut réapprendre pour pallier .

EX : 503

- 218

5

- dyscalculies visuo-spaciales : troubles de dénombrement d'objets, problèmes avec l'orientation droite-gauche, difficultés de maîtrise du système positionnel (201 pour 210), alignement des chiffres dans les opérations : encore une fois ces erreurs normales au cours de l'apprentissage deviennent des troubles si elles persistent, et nécessitent alors un recours à des procédés, des « trucs » pour compenser (notamment en ce qui concerne le repérage et le positionnement sur l'espace-feuille).

→ **Au total :**

- beaucoup de profils différents, beaucoup de profils mixtes
- des changements de profil possibles au cours du développement
- l'observation des difficultés ne donne pas la clé de l'origine des difficultés, des mécanismes sous-jacents, ni celle des interventions.

Partir toujours du principe que ces faiblesses se présentent chez tous les enfants, qu'elles sont liées à des « performances » demandées à un temps X, et pas forcément à des *compétences*, mais deviennent troubles quand elles se cristallisent.

1) Le dénombrement

Le niveau de capacité de dénombrement est un excellent prédicteur dans l'apprentissage de l'arithmétique à l'école.

Les élèves ont déjà des connaissances/compétences (variables) lorsqu'ils arrivent à l'école élémentaire

Le dénombrement est une activité précoce qui suppose 3 conditions (triple capacité) :

- Connaissance du système verbal ou de la symbolisation (LSF ; boulier)
- Pointage exhaustif
- Combinaison, coordination de ces deux activités

A/ Dimension verbale : (dénomination des nombres)

Elle précise, code la quantité par l'ordre (lexique *et* syntaxe)

- lexique : nombres jusqu'à seize + 20 ; 100 ; 1000...
- Bases : 10, 20, 60, permettant de fabriquer des combinaisons de nombres.
- Combinatoire : syntaxe traduisant des combinaisons, « additives » ou « multiplicatives ». Code arbitraire présentant des irrégularités

1. Le français a une dénomination des nombres difficile (3 bases différentes : dix, vingt, soixante qui ont été conservées, et des irrégularités)

Comparaison avec le système chinois :

En chinois 11 se dit dix un ; 20 deux dix ...cette dénomination a une incidence sur l'apprentissage du système verbal, et sur les courbes d'apprentissage. A partir du nombre 10 les performances divergent, les moyennes sont beaucoup plus fortes chez les enfants asiatiques :

A 3 ans un enfant asiatique a les mêmes savoirs qu'un enfant de 3 ans en occident.

A 4 ans il connaît 50 % du système verbal numérique pour 15% en occident.

Quand l'enfant asiatique est à 100%, les enfants occidentaux sont à 50/60 %.

On voit bien que les difficultés des systèmes linguistiques accentuent les problèmes d'apprentissage des nombres.

M.Fayol pose une question à laquelle il ne répondra pas : faut-il adopter un système symbolique substitutif, et lequel, pour pallier aux difficultés et éviter que ne s'installent des échecs en cascade?

2. La vitesse avec laquelle on peut prononcer les noms de nombre est un déterminant essentiel de la capacité de maintien en mémoire de ces nombres (ce que l'on peut prononcer en 2 secondes)

La capacité de mémoire à court terme qui est de 7 éléments chez un adulte occidental est de 10 chez un asiatique. Cette écart apparaît dès l'âge de 5 ans.

(De ce fait, les enfants chinois n'ont pas besoin d'apprendre les tables d'addition. C'est une différence culturelle.)

B) dénombrement : Coordonner un pointage (mise en œuvre d'une correspondance terme à terme, par l'œil ou avec les doigts) et une désignation (système verbal)

Les principes en sont :

- ordre stable des éléments servant à désigner.
- dernier élément fournissant la cardinalité, notion acquise vers 4-5 ans. En fait, très tôt les enfants comprennent : la stricte correspondance, l'ordre stable (comptine numérique stabilisée), la cardinalité
- abstraction : le fait que l'homogénéité ou l'hétérogénéité n'ait aucun impact
- non-pertinence de l'ordre du traitement comme critère, le fait que le comptage ne nécessite pas d'ordre pour une même quantité.

Ce dernier point (qui prend place plus tard dans la construction du nombre) peut donner lieu chez certains élèves à de « faux principes »: croire que l'on doit suivre une règle de proximité par exemple. Il y a probablement un lien à faire avec la question piagétienne de la conservation.

Mais comprendre (compétence) ces principes n'implique pas que l'enfant sache s'en servir (performance).

Il faut savoir distinguer **compétences et performances.**

D'autant que se pose la question du **coût de la coordination** nécessaire à cette activité, mettant en œuvre une composante motrice et une composante symbolique...

EX recherche sur le dénombrement

Expérience d'une activité de comptage de jetons. On présente des jetons de deux couleurs, il faut n'en dénombrer qu'une, interférence qui provoque un grand besoin d'attention.

Cette expérience a été faite auprès d'enfant dysphasiques, dyspraxiques et d'une population contrôle.

Activités	E.dysphasiques	E.dyspraxiques	E.contrôle
Pointage sans dénombrement (coté/ 25)	25	13	24
Enonciation	21	24	70
Dénombrement (/25)	16	18	24,5
Dénombrement avec interférences plus fortes (dim.contraste) (/ 10)	9	6	10

Selon la consigne, les performances varient d'une catégorie d'enfants à l'autre.

Par contre, si l'on transforme la tâche pour en faire une *tâche de jugement* (on fait exécuter la consigne à une marionnette, en demandant aux enfants si elle a raison ou si elle se trompe, et de corriger les erreurs, mais sans mener à bien l'activité par eux-mêmes) la performance est meilleure et les disparités s'atténuent

activité	E.dysphasiques	E.dyspraxiques	E.contrôle
Pointage / 10	10	7	10
Enonciation /15	14	15	14,5
Dénombrement/ 20	19	17	20

Conclusion : (publiée aux USA la semaine dernière)

Il n'y a pas de trouble fondamental des compétences de dénombrement, les disparités sont liées à des problèmes de mise en œuvre de l'attention ou de l'activité.

Il est important d'en tenir compte puisque le dénombrement est un bon prédicteur de réussite jusqu'au CE2.

Il faudrait des outils qui permettent de définir si ce sont les compétences de base ou les performances qui sont défaillantes. (c'est à inventer)

2) Résolution des opérations simples

Du dénombrement à la mémorisation des faits arithmétiques.

Si l'on observe par ex. les stratégies de résolution de additions, on constate ce type d'évolution :

1° Mise en place et recomptage (on dénombre les doigts, on opère une réunion physique, et on dénombre la totalité)

2° Surcomptage à partir d'un des nombres, vers 5 ans environ(sur les doigts), en commençant souvent par le plus grand des deux (« stratégie minimum »)

3° Recours à la récupération en mémoire (savoir que main = 5 , puis 5 et 4, 9...)

Un certain nombre d'enfants ne parviennent pas à faire ce cheminement et mettent en œuvre des stratégies dites « immatures », avec comptage de la totalité ou surcomptage.

Entre GS et CP le nombre de faits numériques connus doit augmenter (de plus en plus de récupération en mémoire) .Les très bons en arithmétique font cela très vite. Les plus faibles connaissent peu de faits.

Dans notre culture même les adultes ont des difficultés sur les grands faits numériques : $9+8$ peut demander plusieurs secondes de récupération.

Le rôle de la mémoire de travail est source de 2 difficultés :

- Former des représentations (transformer un dénombrement en fait numérique)
- Inhiber les représentations concurrentes

D'où il s'ensuit qu'il faut

- Chercher comment faire mémoriser- donc s'interroger sur ce que font les élèves lorsqu'ils ont à dénombrer.

Chez les plus jeunes il y a dénombrement et comptage (5 et 1, 6, et 1..etc).

Le problème est qu'ils oublient au fur et à mesure les différentes données. Les opérants tendent à disparaître, d'où affaiblissement de la possibilité de récupérer les données à la fin...Le fait de dénombrer peut donc être un obstacle (faut-il pour autant compenser, par ex avec les tables ?)

Les problèmes de langage oral ont un retentissement sur la mémoire verbale (faible) et entraînent des difficultés à mémoriser les faits numériques

- Chercher comment aider les élèves à sélectionner la bonne réponse : il y a en effet une interférence entre compétiteurs (difficulté qui apparaît chez des enfants plus âgés et est plus difficile à repérer)

EX : trouver la bonne réponse à $6 \times 7 = ?$ parmi 4 propositions (élèves de SEGPA)

Condition très interférente (tables 6 et 7)	Faiblement interférente	Non interférente
42- 49- 35- 48	42- 45- 32- 40	42-41-44-38
= fort % erreurs	= peu d'erreurs	= pas d'erreurs

En résumé, les difficultés rencontrées sont :

- ◆ **Des difficultés d'apprentissage et d'utilisation de stratégies de résolution de problèmes simples** (type opérations)
- ◆ **Des difficultés de mémorisation des faits arithmétiques**
- ◆ **En cascade, des difficultés de mobilisation rapide, et un déficit d'attention**
- ◆ **Des difficultés à récupérer rapidement en mémoire, par rapport à des situations de type performance**

3) La résolution de problème

De la compréhension des situations à l'évocation des situations et à l'arithmétisation des situations...C'est l'activité la plus difficile , qui présente le taux d'échec le plus élevé.

3 questions se dégagent :

- le sens : la représentation de la situation. Dans une situation complexe, l'individu est-il capable de savoir comment ça s'organise, en dehors des nombres.
 - Les problèmes qui ne sont pas en situation : l'énoncé verbal , tel qu'il est majoritairement présenté à l'école, n'est-il pas un obstacle majeur : passage verbal/ représentation de la situation
 - Les calculs numériques et leur utilisation
- **Il existe une compréhension intuitive mais le problème se pose quand on passe au traitement arithmétique, à l'exécution numérique.**

EX : objet d'une recherche = mélange de quantités de liquides, à des températures semblables ou différentes

La 1^{ère} proposition est une illustration avec des quantités (tasses)

La 2^{ème} une illustration avec des températures (température initiale + ajouts)

2 types de résolution :

- qualitative (portant sur le sens) : les principes (plus chaud, moins chaud...) sont-ils respectés ? même les jeunes enfants peuvent alors répondre correctement, le sens de la situation est perçu.
- quantitative (demande de prédiction de températures) : ici apparaissent non seulement des erreurs, mais en plus la présence de calculs ne respectant plus les principes établis (pourtant perçus intuitivement)

D'où il s'ensuit :

- que la compréhension du sens, des principes, de la situation, est loin d'être suffisante pour assurer la réussite (c'est nécessaire mais non suffisant). Pourtant cette compréhension est précoce et finalement assez sophistiquée.
- que c'est la relation du sens à la mathématisation qui pose problème

➤ **la compréhension verbale est un problème crucial**

Expérience de comparaison de performances chez des élèves de 5 à 6 ans, sur des énoncés verbaux, selon qu'ils peuvent ou non manipuler, selon qu'on ne présente que des faits mathématiques (calculs à réaliser)

= le taux d'échec s'accroît s'il n'y a pas de possibilité d'utilisation d'un énoncé non-verbal

= l'échec tient moins à la *situation* qu'à la capacité à se construire une représentation à partir de l'énoncé verbal (d'où nécessité de clarification de celui-ci)

Le niveau de lecture est-il prédictif de la réussite en arithmétique ?

Performances en résolution de problème = performances en opérations simples (c'est le meilleur prédictif)

+ compréhension des énoncés arithmétiques
(c'est le 2^{ème} facteur prédictif)

A noter que les performances aux algorithmes n'ont elles aucun caractère prédictif de réussite significatif.

➤ **Dernière question autour d'une situation** : portant sur quantités à manipuler et fait d'avoir à les évoquer ou les traiter

Enfants de 3 à 5 ans (cette recherche a été menée par Hughes)

- activité utilisant des boîtes opaques, avec manipulation de jetons (1 à 8). On opère des ajouts, d'abord de façon visible. Puis avec les mêmes boîtes on évoque les situations, mais sans que les enfants voient les situations se réaliser
- constat : manipulation réelle des jetons/boîtes et petits nombres = réussite excellente
et nombres plus grands = chute réussite
boîte évoquée et non manipulée = chute réussite
présentation formelle (opérations) = faible réussite

Qu'en conclure ?

Progression d'apprentissage :

- 1) travail sur des petites quantités
- 2) du concret → à l'évocation verbale
- 3) puis augmentation des quantités

Il faut donc réfléchir sur les situations et **réfléchir à une démarche :**

il n'est pas certain qu'il y ait beaucoup d'individus présentant des troubles arithmétiques. Mais face aux difficultés, et lorsque le niveau en arithmétique est inférieur au niveau de lecture/compréhension

- ☞ se poser d'abord la question du diagnostic, et construire ou utiliser des outils diagnostiques nouveaux (Tedi-Math ; Zareki)
- ☞ différencier soigneusement les difficultés pour mieux intervenir : attention ; langage ; visuo-spatial ; praxies ; mémoire de travail (composante phonologique, visuelle, spatiale..)
- ☞ mettre en place des activités mathématiques progressives, avec les MS, GS, notamment sur le comptage et le dénombrement (varier sur la quantité en partant de petits nombres et en augmentant progressivement)

En regardant ce qui se passe en conscience phonologique autour du nom des lettres, il faut commencer à raisonner de la même façon pour les chiffres et les nombres.

- ☞ Travailler le passage de l'énoncé à la représentation . L'énoncé n'est pas transparent : travailler l'évocation, passer du langage à la situation

- ☞ A noter : pas de solution claire à l'apprentissage des « tables » et à leur mémorisation, aujourd'hui on ne sait pas résoudre le problème des enfants qui ne peuvent pas mémoriser les tables et qui ont besoin des calculatrices pour résoudre le problème...

Michel.fayol@univ-bpclermont.fr

K7 CRDP Dijon

QUESTIONS DE LA SALLE :

- Cas d'une élève présentant une disparité de performances entre l'orthographe (en réussite) et les faits arithmétiques (échec), alors que normalement les deux sont corrélés ? M.Fayol se demande s'il faut alors faire l'hypothèse de troubles spécifiques de l'arithmétique, ce qui serait intéressant à étudier d'un point de vue recherche

- « sens » de la lecture et question du mouvement oculaire à accomplir ? Question sur laquelle personne à la connaissance de M.Fayol n'a travaillé (recherche)

- recherches sur la kinesthésie (forme des nombres) ? M.Fayol cite Jean Taz (?) Travaux en cours sur la corrélation entre performances motrices digitales et performances dans la numération.

- Le recours à la numération chinoise peut-il être une aide ? M.Fayol pense que ce n'est pas gênant au début, cela peut donc être une étape, mais qu'il faudra passer à autre chose ; considère qu'il est possible de s'appuyer aussi sur numération indo-arabe (numération visuelle plutôt que verbale)
- Effets de l'entraînement à l'évocation (« boîtes ») ? Pas d'étude longitudinale permettant à ce jour de les mesurer
- Distinction mémoire à court terme/ mémoire de travail ? La mémoire à court terme est une instance passive, qui ne sert qu'à retenir des données. La mémoire de travail permet justement le *travail* sur les données qui sont dans cette mémoire, il ne s'agit plus seulement de stockage.